

ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертацию Кудяевой Фатимат Хусейновны
«Математическое моделирование фазовых переходов при
низкотемпературных воздействиях на биоткани»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ.

Актуальность темы.

Диссертационная работа Кудяевой Фатимат Хусейновны посвящена разработке и теоретическому обоснованию новых математических моделей, описывающих тепловые процессы, возникающие в биологических тканях при воздействии низких температур на основе задачи типа Стефана, а также оригинального метода изотермических поверхностей. Для представленных моделей разработаны комплексы программ на основе конструктивных численных методов их решения, что позволяет обеспечивать эффективность и безопасность процессов криоохлаждения биологических тканей *in vivo*.

Исследование тепловых процессов как теоретическое, так и экспериментальное, представляет собой достаточно сложную задачу. Это обусловлено нелинейностью уравнения теплопроводности, которое описывает эти явления, а также необходимостью определять границу раздела фаз и ту часть области, где протекает тепловой процесс. Поэтому особое значение приобретает разработка математических моделей для описания этих процессов и их последующее изучение.

Математическое моделирование сложного теплового взаимодействия сосудистой системы и тканей является объектом исследования и применения многих физиологов, врачей, биологов и инженеров. Интерес к подобным задачам возник благодаря ранним исследованиям Г. Ламе и П. Клапейрона, которые в 1831 году изучали процесс замораживания влажных веществ, а также вкладу Стефана, предложившего в 1889 году модель, которая описывала таяние полярных льдов. В ряде своих трудов Стефан также рассмотрел некоторые особенности одномерных однофазных и двухфазных задач. Характеристики, заложенные им в предложенной модели, стали основой для задачи, которая впоследствии получила название «задача Стефана».

В диссертационной работе производится математическое моделирование и анализ низкотемпературного воздействия на биоткани,

например, на кожу человека. Актуальность этой проблемы исходит из практического аспекта исследования, а именно из возникновения необходимости понимания процессов происходящих при использовании низких температур для охлаждения и замораживания биологической ткани, в частности, при хранении и консервации биоматериалов, а также при проведении криохирургических операций.

В работе Кудяевой Фатимат Хусейновны построены новые математические модели, отвечающие актуальным требованиям и позволяющие эффективно решать задачи, описывающие фазовые переходы при криовоздействии на биоткани. Также, при помощи оригинального метода изотермических поверхностей, разработаны алгоритмы решения указанных задач, позволяющие учитывать результаты обработки и интерпретации данных измерения при низкотемпературном воздействии на биологическую ткань.

Диссертационная работа обусловлена как сложностью изучения задач со свободной границей, так и разнообразием важных приложений данного круга задач. Поэтому эта тема является актуальным направлением научных исследований.

Содержание, достоверность и новизна результатов диссертации.

Перейдем к содержанию основной части работы. Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения и списка литературы. Объем диссертационной работы составляет 432 страницы, содержит 57 графических материалов и 38 таблиц. Список литературы включает 304 источника. Работа содержит также 15 приложений.

Во введении раскрываются цели и задачи работы, ее актуальность, и описываются основные результаты, полученные в диссертации.

В первой главе диссертации анализируется структура и состав биологических тканей, далее рассматриваются физические модели биологических тканей, включая строение и свойства многослойной кожи, ее теплофизические характеристики *in vitro* и *in vivo*, а также теплопроводность тканей живых организмов. Затем представлены математические модели криоовоздействия на биоткани, формализация анализа низкотемпературного воздействия и вывод дифференциального уравнения для температурного поля.

Вторая глава посвящена задаче Стефана со свободными границами, которая моделирует низкотемпературное воздействие на биоткани. Глава начинается с приведения канонической формы задачи со свободными

границами и постановки задачи. Затем рассматриваются функциональные преобразования для канонической формы, включая преобразование независимых переменных в задачах с фазовыми переходами типа Стефана. Далее выписываются материальные уравнения для определения поля изотерм, уравнение для поверхности уровня и рассматриваются задачи со свободными границами для поля изотерм.

Третья глава фокусируется на одномерных задачах со свободными границами при низкотемпературном воздействии на биоткани. Сначала рассматриваются математические модели криодеструкции и гипотермии со сферической симметрией, включая постановку задачи, метод интегральных уравнений, метод дискретизации нестационарных задач и пространственную локализацию с стабилизацией за конечное время. Затем описываются модели плоско-параллельной криодеструкции: неуправляемые и управляемые. Далее следуют нестационарная задача с фазовыми переходами для изотермических поверхностей, а также условия существования и единственности решения вариационной задачи с фазовыми переходами.

Четвертая глава посвящена двумерным моделям с подвижными границами, построенными для описания низкотемпературных процессов в биологических тканях. В начале четвертой главы анализируются тепловые потоки и источники тепла при криогенном воздействии: рассматриваются тепловые источники в биотканях (метаболизм, кровоток, перфузия) и тепловые потоки (конвекция, диффузия, фазовые переходы) в условиях низких температур. Затем обсуждаются двумерные задачи Стефана для моделирования криогенного воздействия на биоткани, включая постановку проблем с свободными границами и численные методы решения, а также изучается двумерная задача осесимметричной криодеструкции биоткани, с учетом геометрии и динамики замораживания. Затем представлены канонические формы задач осесимметричной криодеструкции, включая трансформации для упрощения уравнений и анализ граничных условий. Наконец, рассматривается асимптотическое интегрирование: для двумерных осесимметричных задач Стефана в криохирургии (методы приближений для нестационарных процессов) и стационарных задач типа Стефана (нулевое приближение, уравнения первого порядка, построение функции Грина для аналитических решений).

Пятая глава посвящена методам идентификации теплофизических параметров многослойной биоткани при моделировании низкотемпературных воздействий. Сначала описывается модель поведения коэффициентов теплопроводности в виде матрицы при криогенном воздействии на эпидермис биологических тканей. Это описание включает процессы теплопроводности

(диффузия, конвекция, фазовые переходы), математическое описание матрицы теплопроводности, моделирование и расчеты её коэффициентов, а также формирование матрицы при воздействии криозонда с плоско-параллельной формой аппликатора. Затем рассматривается применение статусных функций в математическом моделировании криогенного воздействия на многослойный эпидермис при низкотемпературном воздействии и методы обработки шумов (температурные шумы на эпидермисе и шумы на фронте раздела фаз). Наконец, изучается оптимальная фильтрация шума при низкотемпературном воздействии на биоткани: скользящее среднее, медианный фильтр для оптимизации шума, фильтр Калмана, методы машинного обучения и сравнительный анализ этих подходов.

Подводя итог рассмотрению содержания диссертации, сделаем следующие выводы.

Диссертация Кудяевой Фатимат Хусейновны «Математическое моделирование фазовых переходов при низкотемпературных воздействиях на биоткани» является исследованием высокого уровня, все представленные результаты являются новыми, актуальными и прикладными. Результаты диссертации являются достоверными. Достоверность результатов обоснована правильно полученными моделями, согласующимися с классическими, а также корректностью применения методов квазилинеаризации, включая метод эквивалентной линеаризации (нелинейных вариационных параметров, Крылова-Боголюбова-Митропольского). Доказательства являются полными и строгими.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Представленные в диссертации результаты опубликованы в двух монографиях, 23 статьях в ведущих научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, а также в 14 работах, размещённых в материалах конференций и журналах, входящих в международные системы цитирования Scopus и Web of Science. Получено 6 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ в Роспатенте РФ. Кроме того, опубликовано 53 статьи в сборниках трудов Всероссийских и Международных научных конференций и других профильных изданиях.

Таким образом, обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждается публикациями монографий; наличием статей в авторитетных рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК, Scopus, Web of Science;

многочисленными докладами на международных и всероссийских конференциях; а также свидетельствами о регистрации программ для ЭВМ в Роспатенте РФ.

Ценность для науки и практики результатов работы.

Работа содержит как теоретический, так и прикладной аспекты. Результаты диссертации могут быть использованы для создания эффективных подходов к криоконсервированию различных видов живых клеток, оценки функциональной ценности разных типов клеток биоткани при внедрении клеточных биотехнологий, а также для определения оптимальных условий криоконсервирования биологических объектов.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. В автореферате представлены основные разделы, отражающие объем и структуру диссертационной работы: цели, задачи, научную новизну, практическую значимость, основные утверждения, определения и теоремы.

Замечания по работе.

1. Допущены некоторая небрежность в оформлении текста:
 - шрифт некоторых участков текста на стр. 55 и 73 отличается от шрифта остального текста,
 - в некоторых местах пропущены запятые (например, на стр. 74),
 - у теоремы на стр. 115 отсутствует порядковый номер, а со стр. 186 нумерация теорем начинается заново.
2. В Теореме 3.1. присутствует условие достаточной гладкости функции. Хотелось бы, чтобы это условие было сформулировано более конкретно.

Сделанные замечания не снижают ценности и высокого научного уровня диссертации.

Заключение по работе.

Диссертация Кудяевой Фатимат Хусейновны «Математическое моделирование фазовых переходов при низкотемпературных воздействиях на биоткани», удовлетворяет всем требованиям пп.9-11, 13, 14 Положения «О присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013г. №842 (ред. от 25.01.2024), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Кудяева Фатимат Хусейновна, заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,

Доктор физико-математических наук

(специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доцент,

профессор кафедры математического и прикладного анализа Воронежского государственного университета

23.11.2025

Шишкина Элина Леонидовна

e-mail: shishkina@amm.vsu.ru

тел.: +79204152589

Полное название организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет», Воронеж, Россия

