

На правах рукописи



Любченко Дмитрий Олегович

СЛОЖНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ, ОТВЕЧАЮЩИЕ КОНЦЕПЦИИ  
ГРУБОСТИ И КОНЦЕПЦИИ ХРУПКОСТИ, В ПРИЛОЖЕНИИ ДЛЯ  
СРЕДСТВ КОММУНИКАЦИИ

1.3.4. – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико–математических наук

Саратов – 2025

Работа выполнена в лаборатории теоретической нелинейной динамики Саратовского филиала ФГБУН «Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН».

Научный руководитель: **Исаева Ольга Борисовна**  
кандидат физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Казаков Алексей Олегович**  
доктор наук по прикладной математике, доцент, профессор кафедры фундаментальной математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

**Бутусов Денис Николаевич**  
кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой систем автоматизированного проектирования федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.», г. Саратов

Защита состоится 26 февраля 2026 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета 24.2.392.01 на базе ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, X корпус, 511 ауд.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке им. В.А. Артисевич СГУ имени Н.Г. Чернышевского (г. Саратов, ул. Университетская, 42) и на сайте <https://www.sgu.ru/research/dissertation-council/24-2-392-01/slozhnye-dinamicheskie-rezhimy-otvechayuschie-koncepcii>

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Слепченков Михаил Михайлович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы диссертации

Динамические системы со сложным и хаотическим поведением обладают значительным потенциалом для технических приложений. К ним относятся генерация псевдослучайных чисел, криптографическое шифрование информации, создание шумотронов для средств радиоэлектронного противодействия, радаров и сонаров, а также конфиденциальная и широкополосная коммуникация<sup>1</sup>. При непосредственном использовании генераторов сложной динамики в устройствах для перечисленных приложений важно, чтобы их динамика не меняла критически свойств при возникновении возмущений, параметрических расстройек и воздействия шума. Поиск таких систем, называемых грубыми или робустными, как показывает развитие науки за последние 100 лет, является довольно нетривиальной задачей.

Понятие грубости было впервые введено ещё в 1937 году в докладе Андронова и Понтрягина<sup>2</sup> и более подробно изложено на примерах в книге<sup>3</sup>. Все эти примеры, однако, касались низкоразмерных автономных систем, не допускающих сложной динамики. Последующее развитие науки – открытие в системах большей размерности возможности хаотического поведения положило начало обширной программе исследований<sup>4</sup>.

В 1960-70-е годы в фундаментальной математике введены понятия равномерно гиперболического аттрактора для диссипативных систем и гиперболического инвариантного множества с динамикой Аносова в консервативных системах. Именно к подобным, гиперболическим и, при том, хаотическим объектам в фазовом пространстве динамических систем было приковано внимание, обусловленное доказательством их структурной устойчивости и грубости<sup>5</sup>. Казалось, что эта «невырожденность» гиперболических хаотических множеств должна обеспечить высокую вероятность наблюдения их во всевозможных физических системах. Однако, долгое время единственными примерами сложных множеств гиперболического типа являлись лишь искусственные геометрические конструкции: соленоид Смейла-Вильямса, аттрактор Плыкина, DA (derived from Anosov) аттрактор<sup>6</sup>.

Многочисленный перечень физически реализуемых, натуралистичных и реальных хаотических систем пополнялся до недавнего времени лишь структурно неустойчивыми обладателями негрубых свойств. К ним иногда

---

1 Дмитриев А. С., Панас А. И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. – М.: Физматлит, 2002. – 252 с.

2 Андронов А., Понтрягин Л. Грубые системы // Доклады Академии наук СССР. - 1937. 14, 247-251.

3 Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний, 2 изд // М., Физматгиз. - 1959.

4 Аносов Д. В. Динамические системы в 60-е годы: гиперболическая революция // Математические события XX века. М.: «Фазис». – 2003. – С. 1-18.

5 Аносов Д. В. и др. Динамические системы с гиперболическим поведением // Итоги науки и техники. Серия «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления». – 1991. – Т. 66. – №. 0. – С. 5-242.

6 Кузнецов С. П. Динамический хаос и однородно гиперболические аттракторы: от математики к физике // Успехи физических наук. – 2011. – Т. 181. – №. 2. – С. 121-149.

применяют введенное в противовес понятие хрупкости<sup>7</sup>, имеющее смысл недолговечности реализующегося в них динамического режима, когда среднее время его существования зависит от точности задания значений управляющих параметров. В контексте хаотической динамики проявление её находит выражение в концепции квазиаттрактора<sup>8</sup>. Если хаотический аттрактор гиперболического типа представляет собой множество вложенных в него всевозможных траекторий, являющихся невырожденными гиперболическими с трансверсально пересекающимися устойчивым и неустойчивым многообразиями одинаковой размерности, то у хрупкого квазиаттрактора хаотические траектории реализуются совместно с регулярными притягивающими множествами или же такие появляются при сколь угодно малой вариации параметров или функций, задающих систему.

Предложенный в 2005 г. С.П. Кузнецовым метод манипулирования фазами автоколебательных систем позволил получить динамику искусственной математической модели, существовавшей ранее лишь в виде отображения, в реалистичной физической системе<sup>9</sup>. Речь идет об отображении, аттрактором которого является соленоид Смейла-Вильямса. В последующих работах метод был развит и позволил реализовать этот и ряд других ассоциирующихся с гиперболической динамикой математических артефактов на базе систем электроники и механики, разработать схемотехнические решения и экспериментальные устройства для них<sup>10</sup>.

В ряду грубых аттракторов со сложной динамикой, помимо хаотических гиперболических, кроме того, выделяется класс странных нехаотических аттракторов. В частности, аттрактор Ханта-Отта представляет собой пример устойчивого к параметрическим вариациям странного нехаотического аттрактора в классе систем с квазипериодическим воздействием. Несмотря на нехаотический характер, аттрактор обладает фрактальной структурой и, следовательно, сложной динамикой. Впервые описанный в работе<sup>11</sup> на примере динамики двумерного отображения на торе, в дальнейшем он был найден и в специальном образом устроенных непрерывных потоковых системах. Первый пример таковых, работающий по принципу манипулирования фазами автоколебаний связанных систем, представлен в работе А.Ю. Жалнина и С.П. Кузнецова<sup>12</sup>. Помимо хаотических аттракторов гиперболического типа грубые странные

---

7 Nagaraj N., Shastry M. C., Vaidya P. G. Increasing average period lengths by switching of robust chaos maps in finite precision //The European Physical Journal Special Topics. - 2008. - Т. 165. - №. 1. - С. 73-83.

8 Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е., Стрелкова Г. И. Автоколебания динамических и стохастических систем и их математический образ—аттрактор //Russian Journal of Nonlinear Dynamics. - 2010. - Т. 6. - №. 1. - С. 107-126.

9 Kuznetsov S.P. Example of a physical system with a hyperbolic attractor of the Smale-Williams type // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95, no.14. P.144101.

10 Кузнецов С. П. Динамический хаос и гиперболические аттракторы. От математики к физике. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. – 488 с.

11 Hunt B. R., Ott E. Fractal properties of robust strange nonchaotic attractors //Physical Review Letters. - 2001. - Т. 87. - №. 25. - С. 254101.

12 Жалнин А. Ю., Кузнецов С. П. О возможности реализации в физической системе странного нехаотического аттрактора Ханта и Отта //Журнал технической физики. - 2007. - Т. 77. - №. 4. - С. 10-18.

нехаотические аттракторы расширяют класс режимов, удобных для практических реализаций.

Наряду с исследованием грубых систем активно изучаются и хрупкие режимы динамики. В ряде работ выявлено фундаментальное и чрезмерно хрупкое явление – экстремальная мультистабильность, при которой в фазовом пространстве динамической системы сосуществует бесконечное множество притягивающих множеств. Термин «экстремальная мультистабильность» был введён в работе<sup>13</sup>, хотя в литературе также используются альтернативные обозначения – «мегастабильность» и «гипермультистабильность». Системы с экстремальной мультистабильностью являются примером чрезмерно хрупких систем – структура аттракторов нарушается не только при варьировании параметров, но и при минимальных изменениях начальных условий. Это явление представляет интерес для задач криптографии и защищённой связи, поскольку наличие большого числа устойчивых состояний позволяет формировать новые принципы кодирования и сокрытия информации<sup>14</sup>. Такой подход открывает перспективы построения каналов с высокой криптостойкостью, хотя одновременно накладывает жёсткие ограничения на точность совпадения параметров систем и на управление начальными условиями.

Таким образом, одновременное изучение грубости и хрупкости динамических режимов имеет как прикладную, так и теоретическую значимость. С одной стороны, грубые гиперболические генераторы обещают простые и устойчивые к расстройкам схемы синхронизации и передачи аналоговой информации. С другой стороны, хрупкие системы с экстремальной мультистабильностью предлагают новые возможности для защищённой связи.

**Целью диссертационной работы** является исследование особенностей динамических и статистических закономерностей, присущих сложным режимам поведения систем, обладающих свойством грубости, и систем, обладающих свойством хрупкости, и применения их для средств коммуникации.

В рамках диссертационной работы поставлены следующие **задачи**:

1. Провести сравнительный анализ эффективности и устойчивости основанных на синхронизации схем скрытой коммуникации при использовании в качестве передающей и принимающей подсистем грубых генераторов сложных сигналов и негрубых генераторов хаоса негиперболического типа.

2. Найти подтверждения преимуществ применения грубых генераторов по сравнению с негрубыми в системах передачи информации в условиях неидентичности передатчика и приёмника и в присутствии спектральных

---

13 Ngonghala C. N., Feudel U., Showalter K. Extreme multistability in a chemical model system //Physical Review E–Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. – 2011. – Т. 83. – №. 5. – С. 056206.

14 Pisarchik A. N. et al. Secure chaotic communication based on extreme multistability //Journal of the Franklin Institute. – 2021. – Т. 358. – №. 4. – С. 2561-2575.

помех в канале связи посредством исследования однородности локальных во времени статистических характеристик режимов обобщённой синхронизации.

3. Построить иерархию приближенных математических моделей для бильярда с геометрией типа волновода с одной гофрированной осциллирующей границей, исследовать режимы консервативного и диссипативного хаоса в них. Выявить упрощенную приближенную модель, сохраняющую в своей динамике основной присущий полной модели феномен, а именно, разделение режимов медленного и быстрого ускорения Ферми, и обладающую подходящим типом симметрии для возможности наблюдения в ней эффекта экстремальной мультистабильности.

4. Разработать метод хаотической коммуникации на основе систем с экстремальной мультистабильностью, обеспечивающий скрытность передачи данных за счёт формирования бесконечного множества хаотических притягивающих множеств, и исследовать условия их синхронизации.

**Методы исследования.** В первой и второй главах использовался широко апробированный метод численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений – метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Для выявления специфических свойств исследуемых динамических режимов применялись методы расчёта спектра показателей Ляпунова, построения фазовых портретов и анализа спектральных плотностей мощности. Исследование синхронизации проводилось с помощью расчёта старшего условного показателя Ляпунова и анализа локальной корреляции, вычисленной в скользящем временном окне. В третьей главе, наряду с анализом индивидуальных траекторий, был применен разработанный метод статистического анализа для исследования закономерностей в поведении средней по ансамблю скорости частиц. В четвертой главе использовались методы построения карт старшего показателя Ляпунова и якобиана, вычисленного вдоль траектории, а также стандартный метод анализа поиска полной синхронизации в связанных системах.

**Научная новизна работы** отраженная в публикациях [1-28], заключается в следующем.

1. В работе предложен новый подход к классификации и выбору генераторов сложных сигналов для прикладных задач на основе противопоставления двух фундаментальных концепций – грубости и хрупкости – демонстрируя их преимущества и недостатки в контексте задач коммуникации.

2. Разработаны и впервые исследованы схемы скрытой коммуникации, в которых в качестве передатчика и приёмника используются генераторы грубых режимов динамики – гиперболического хаоса, ассоциированного с аттрактором типа Смейла-Вильямса, и странной нехаотической динамики, ассоциированной с аттрактором типа Ханта-Отта. Показано, что применение таких систем позволяет эффективно решать фундаментальную проблему – невозможности достижения полной идентичности приёмника и передатчика, обеспечивая устойчивое декодирование информации даже в условиях значительного (до 5%) несовпадения параметров передающей и

принимающей подсистем, что недостижимо для схем на основе негрубого хаоса. Предложен и апробирован альтернативный метод детектирования, основанный на расчёте локальной во времени корреляции, эффективность которого обусловлена свойством однородности локальных статистических характеристик грубых систем [1,2,5,12-16,18].

3. Впервые проведено комплексное исследование статистических характеристик режимов обобщённой синхронизации в однонаправленно связанных генераторах грубых сигналов не только в условиях расстройки передающей и принимающей подсистем по параметрам, но и при наличии частотных искажений в канале связи. Установлено и количественно охарактеризовано ключевое преимущество грубых систем: сохранение однородности локальных статистических характеристик при указанных возмущениях, что подтверждает выдвинутую гипотезу [4,7].

4. Построена иерархия приближенных математических моделей консервативного и диссипативного бильярда с геометрией типа волновода с одной гофрированной осциллирующей границей. Впервые для ансамбля частиц в такой системе установлено существование двух качественно различных режимов ускорения Ферми – медленного и быстрого (неограниченного), которые реализуются при значениях начальной скорости ниже и выше критического значения соответственно. Предложена упрощенная приближенная модель бильярда на основе однонаправленно связанных модифицированного отображения Ферми Паста-Улама и отображения Теннисона-Либермана-Лихтенберга, которая демонстрирует аналогичный эффект [3,17,19-28].

5. Предложен новый метод организации скрытой коммуникации, основанный на явлении экстремальной мультистабильности, возникающем в моделях в виде диссипативной подсистемы под управлением гамильтоновой. Установлены диапазоны параметров и начальных условий для реализации явления хаотической экстремальной мультистабильности, то есть сосуществования бесконечного числа хаотических притягивающих множеств в фазовом пространстве системы. Впервые для систем данного класса разработана и проанализирована двухканальная схема связи, в которой по скрытому каналу передается управляющее воздействие, определяющее выбор одного из континуума хаотических аттракторов, а по открытому – синхронизирующий хаотический сигнал [6,8-11].

**Достоверность результатов** подтверждается согласованностью данных, полученных различными численными методами, их воспроизводимостью при изменении параметров моделирования, а также соответствием фундаментальным теоретическим представлениям о грубой и хрупкой динамике.

**Научно-практическая значимость.** Разработанные в работе схемы связи на базе генераторов грубых режимов представляют собой готовое к экспериментальной реализации решение для задач широкополосной коммуникации, устойчивое к неизбежным в реальных условиях расстройкам приёмника и передатчика по параметрам. Результаты, полученные при исследовании синхронизации между передатчиком и приёмником, вносят

значительный вклад в построение теории обобщённой синхронизации грубых систем, демонстрируя подход к исследованию закономерностей в поведении локальных во времени статистических характеристик. Значимым теоретическим результатом является обнаружение и анализ существования двух качественно различных режимов ускорения Ферми – быстрого (классического) и медленного, что вносит вклад в понимание механизмов замедления ускорения Ферми. Предложенная новая схема связи на основе экстремальной мультистабильности в диссипативных системах, находящихся под управлением гамильтоновых, задает новое направление в разработке систем защиты информации с повышенным уровнем скрытности за счет динамического переключения между хаотическими множествами.

#### **Основные научные положения, выносимые на защиту:**

1. В случае принадлежности к классу грубых систем генераторов сложных сигналов, используемых в качестве передатчика и приёмника в основанных на синхронизации схемах коммуникации, они могут обеспечить эффективное выделение информационного сигнала даже в условиях отсутствия полной синхронизации между передающей и принимающей подсистемами.

2. В режиме полной синхронизации и при переходе к обобщённой синхронизации в результате расстройки параметров или введения частотной полосы непропускания в канале связи однонаправленно связанных генераторов Кузнецова или генераторов Жалнина-Кузнецова при условии генерации ими грубой динамики локальная корреляция между передатчиком и приёмником, вычисленная в скользящем окне, остается однородной при наличии несущей частоты в сигнале, получаемом приёмником, совпадающей с основной частотой генерации приёмника.

3. Особенностью динамики модели консервативного бильярда с геометрией типа волновода с одной гладкой и одной гофрированной осциллирующей границей является возникновение двух режимов ускорения Ферми. Скорости частиц в ансамбле стремятся с течением времени к общей быстро или медленно возрастающей скорости в зависимости от того, превышает или не превышает их начальная скорость некоторое критическое значение.

4. В упрощенной системе, представляющей собой модель бильярда с геометрией типа волновода с одной гладкой и одной гофрированной осциллирующей границей в приближении малой амплитуды и скорости этих осцилляций, возможна реализация экстремальной мультистабильности бесконечного числа хаотических притягивающих множеств. Это позволяет организовать скрытую коммуникацию на основе хаотической синхронизации с повышением уровня скрытности за счёт динамического переключения передатчика между этими множествами.

**Апробация работы и публикации.** Результаты диссертационной работы были доложены на следующих международных и всероссийских конференциях и конкурсах: International Conference-School Shilnikov Workshop, г. Нижний Новгород, 2021, 2023, 2024; International Conference Topological Methods in Dynamics and Related Topics, г. Нижний Новгород,

2020; International Conference Saratov Fall Meeting, г. Саратов, 2020, 2022; Международной конференции "Новые информационные технологии в телекоммуникациях и почтовой связи", Республика Беларусь, г. Минск, 2023; Балтийский форум: нейронаука, искусственный интеллект и сложные системы, г. Калининград, 2024; Международной конференции «Ломоносов», МГУ, г. Москва, 2023; Международная конференция “Математическое Моделирование и Суперкомпьютерные Технологии” , г. Нижний Новгород, 2022; Международная научная школа "Нелинейные волны ", г. Нижний Новгород, 2022; Международной школа «Хаотические автоколебания и образование структур», г. Саратов, 2019; и др.

Материалы также докладывались на заседаниях Ученого совета СФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Результаты работы были получены в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (FFWZ-2025-0016), а также проекта Российского научного фонда № 21-12-00121.

Выступление на конференции «Ломоносов» (МГУ, Москва, 2023) было удостоено грамоты за лучший доклад. Доклад на конференции «Новые информационные технологии в телекоммуникациях и почтовой связи» (Республика Беларусь, г. Минск, 2023) был удостоен диплома I степени.

По материалам диссертации опубликовано 28 работ, из которых 5 статей в реферируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России для опубликования основных научных результатов диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук или индексируемых в реферативных базах данных и системах цитирования Web of Science и/или Scopus [1-5], 2 статьи в сборниках международных конференций, индексируемых в базах данных Web of Science и/или Scopus [6,7], 21 работав сборниках трудов всероссийских и международных конференций [8-28].

**Личный вклад соискателя.** Все защищаемые результаты и положения, вошедшие в настоящую диссертационную работу, получены соискателем лично. Постановка задачи, обсуждение и интерпретация результатов осуществлялись совместно с научным руководителем, а также с соавтором опубликованных работ к.ф.-м.н. Савиным А.В.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Диссертация содержит 172 страницы текста, включая 66 рисунков, 2 таблицы и список литературы из 196 наименований на 25 страницах.

#### **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **Введении** обоснована актуальность работы, научно-практическая значимость и достоверность полученных результатов, сформулированы цель и задачи диссертации, указаны методы исследования, её научная новизна, приведены основные положения, выносимые на защиту, сведения об апробации работы и о публикациях автора.

**Первая глава** посвящена решению фундаментальной проблемы хаотической коммуникации – нарушение полной синхронизации между

передатчиком и приёмником из-за неизбежной в реальных условиях их расстройки по параметрам. В разделе 1.1 анализируются две модели генераторов грубых режимов, на основе которых конструируются коммуникационные схемы в разделе 1.2. Первая схема на базе генератора гиперболического хаоса Кузнецова имеет вид

$$\begin{cases} \ddot{x}_{1,2} - [A_{1,2} \cos \omega_{1,2} t/T - x_{1,2}^2] \dot{x}_{1,2} + \omega_{1,2}^2 x_{1,2} = \varepsilon S_1(t), \\ \ddot{y}_{1,2} - [-A_{1,2} \cos \omega_{1,2} t/T - y_{1,2}^2] \dot{y}_{1,2} + (2\omega_{1,2})^2 y_{1,2} = \varepsilon x_{1,2}^2, \end{cases} \quad (1)$$

$$S_1(t) = y_1 \sin(\omega_1 t + \rho(t)), \quad (2)$$

где индексы «1» и «2» отвечают передатчику и приёмнику, соответственно.  $S_1$  – сигнал в канале связи. Вторая схема на базе генератора странной нехаотической динамики Жалнина-Кузнецова имеет вид

$$\begin{cases} \ddot{x}_{1,2} - [A_{1,2} \cos \omega_{1,2} t/T - x_{1,2}^2] \dot{x}_{1,2} + \omega_{1,2}^2 x_{1,2} = \varepsilon S_1(t), \\ \ddot{y}_{1,2} - [-A_{1,2} \cos \omega_{1,2} t/T - y_{1,2}^2] \dot{y}_{1,2} + (2\omega_{1,2})^2 y_{1,2} = \varepsilon x_{1,2} \sin \omega_{1,2} t, \end{cases} \quad (3)$$

$$S_1(t) = y_1 \sin(\omega_1 t + \xi \omega_1 t/T + \rho(t)), \quad (4)$$

где  $\xi$  – иррациональный параметр, обеспечивающий квазипериодическое воздействие. В обеих схемах передатчик и приёмник представляют собой одинаковые генераторы, связанные друг с другом через функцию сигнала в канале. Передаваемый информационный сигнал  $\rho(t)$ , как видно, нелинейным образом подмешивается к динамике передатчика.

В случае  $\rho = 0$  передающие части схем (1)-(2) и (3)-(4) представляют собой генератор гиперболического хаоса типа Смейла-Вильямса и генератор со странным нехаотическим аттрактором типа Ханта-Отта. В работе использованы одинаковые для обоих генераторов значения параметров  $A_1 = 8.0, \omega_1 = 2\pi, N = 6, \varepsilon = 0.5$ . Это сделано для максимального сходства между ними. При альтернативном наборе значений параметров  $A_1 = 3.79981, \omega_1 = 2\pi, N = 6, \varepsilon = 0.5$  генератор-передатчик в (1) может производить хаотическую динамику негиперболического типа.

В разделе 1.3 приведена демонстрация численного моделирования рассматриваемых схем при полностью идентичных передатчиках и приёмниках. Информационный сигнал представляет собой графическое изображение, преобразованное в ступенчатую функцию времени. Каждая ступенька имеет длину  $\tau=5T$  и высоту, поставленную в соответствие с одной из 256 градаций серого цвета отдельного пикселя изображения. Размах этой ступенчатой функции составлял от 0 до  $\pi/2$ . Детектирование производилось по следующей методике:

$$\sin \rho' = \langle 2S_1(t) \cos(\omega' t) / y_2(t) \rangle_\tau, \quad (5)$$

где угловые скобки означают усреднение за период  $\tau=5T$ ,  $\omega' = \omega_2$  для схемы (1)-(2) и  $\omega' = \omega_2 + \xi \omega_2/T$  для схемы (3)-(4). За счёт сильной односторонней связи через сигнал  $S_1(t)$  между передатчиком и приёмником устанавливается полная синхронизация, вследствие чего информация детектируется идеально для всех трех видов несущих.

В разделе 1.4 приведена демонстрация численного моделирования рассматриваемых схем при неидентичных параметрах передатчика и приёмника. При расстройке параметров полная синхронизация нарушается и

информация восстанавливается с искажениями. Так при расстройке параметров  $A_1$  и  $A_2$ , отвечающих за амплитуду генерации, на пять процентов детектированное изображение оказывается достаточно зашумленным, причём в гораздо большей степени это происходит для негиперболического хаоса (рис. 1а-в).

В разделе 1.5, на основе гипотезы об однородности локальных статистических характеристик грубых систем, предложен альтернативный метод детектирования информации:

$$\sin \rho' = \langle 2S_1(t) \cos(\omega' t) y_2(t) \rangle_T. \quad (6)$$

Здесь, в отличие от (5), усредняется не отношение, а произведение.

Из результатов альтернативного детектирования на рис. 1г,е видно, что восстановленное изображение для гиперболического и нехаотического случаев практически не зашумлено, но его тон несколько темнее, чем у оригинального изображения. Это объясняется умножением на константу корреляции. Кардинально отличаются результаты применения метода (6) для хаоса негиперболического типа: локальная корреляция неоднородна, из-за чего восстановление абсолютно невозможно (рис. 1д).

В разделе 1.6 оценивается влияние информационного сигнала на динамику генераторов. В результате показано существенное влияние информационного сигнала на динамические характеристики аттрактора, что позволяет достаточно просто вычленить информацию из сигнала в канале связи. Рассмотренный генератор С.П. Кузнецова 2005 г., как наиболее простой, был использован в качестве прецедента, поэтому данная проблема может быть решена использованием генераторов гиперболического хаоса с аттракторами высокой размерности. В этом смысле передатчик, основанный на странной нехаотической динамике (ассоциирующей с аттрактором Ханта-Отта), демонстрирует повышенную скрытность передачи за счет своей высокой фрактальной размерности.

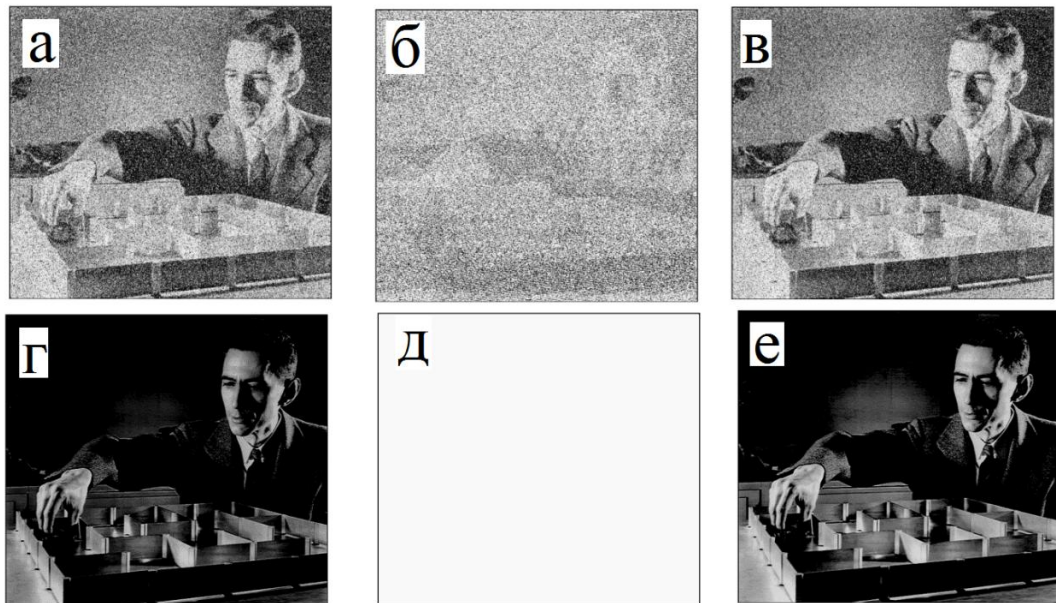


Рис. 1. Изображение, детектированное методами (5) (а-в) и (6) (г-е) при неидентичных приёмнике и передатчике с отстройкой  $A_2 = 1.05A_1$ . Рисунки (а,г) отвечают коммуникации с гиперболической хаотической несущей, (б,д) – негиперболической, (в,е) – странной нехаотической.

Во **второй главе** проводится поиск подтверждения гипотезы об однородности локальных статистических характеристик грубых систем, выдвинутой в первой главе. В разделе 2.1 формулируются цели главы и изложена методика анализа режимов обобщённой синхронизации для коммуникационных схем (1)-(2) и (3)-(4) при отсутствии передаваемой информации ( $\rho=0$ ). Такой подход позволяет сместить фокус исследования непосредственно на изучение закономерностей статистических характеристик режимов обобщённой синхронизации между передатчиком и приёмником, возникающих в системе как при расстройках их по параметрам, так и в условиях, вызванных ограниченной полосой пропускания частотных искажений в канале связи, неизбежных в реальных условиях<sup>15</sup>.

Для диагностики наличия обобщённой синхронизации в однонаправленных связанных системах традиционным методом является расчёт старшего условного показателя Ляпунова ( $\Lambda_c$ ). Отрицательное значение  $\Lambda_c$  свидетельствует о глобальной устойчивости синхронного режима между передатчиком и приёмником в обобщённом смысле. Однако этот глобальный показатель не отражает возможных локальных во времени нарушений синхронизации: появление положительных локальных значений старшего условного показателя Ляпунова ( $\lambda_c(t) > 0$ ), свидетельствующих о перемежающемся характере синхронизации<sup>16</sup>. Поэтому в качестве первой анализируемой локальной характеристики выступает распределение во времени значений  $\lambda_c(t)$ , вычисленных на конечном интервале времени  $\tau=5T$ .

В качестве второй локальной во времени характеристики выступает локальная корреляция, вычисленная в скользящем окне

$$\Psi(t) = \frac{1}{\sigma[S_1]\sigma[S_2]\tau} \int_t^{t+\tau} S_1(t')S_2(t')dt', \quad (7)$$

где  $S_1$  – сигнал передатчика (формула (2) или (4) при  $\rho=0$ ),  $S_2$  – сигнал-отклик приёмника, построенный по подобию  $S_1$ ,  $\sigma$  – стандартное отклонение,  $\tau=5T$ .

В разделе 2.2 проведён анализ схем при амплитудной ( $A_2 = 1.05A_1$ ) и частотной отстройке ( $\omega_2 = 1.0005\omega_1$ ) приёмника и передатчика. Вычислен  $\Lambda_c$  для трёх типов генераторов: гиперболического хаоса, негиперболического хаоса и странного нехаотического аттрактора. Во всех вариантах  $\Lambda_c < 0$ , что указывает на существование обобщённой синхронизации между передатчиком и приёмником. При этом модуль  $\Lambda_c$  значительно больше для гиперболического и странного нехаотического аттракторов, чем для негиперболического. Также проведён визуальный контроль обобщённой синхронизации для всех случаев.

В разделе 2.3 производится оценка сохранности качественной структуры аттракторов генератора-приёмника относительно аттракторов генератора-передатчика. При амплитудной расстройке структура аттрактора приёмника качественно сохраняет структуру аттрактора передатчика, тогда

15 Eisenkraft M. et al. Chaos-based communication systems in non-ideal channels //Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. - 2012. - Т. 17. - №. 12. - С. 4707-4718.

16 Москаленко О. И., Евстифеев Е. В., Короновский А. А. Метод определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации на основе расчета локальных показателей Ляпунова //Письма в Журнал технической физики. – 2020. – Т. 46. – №. 16. – С. 12-15.

как при частотной расстройке приёмник не воспроизводит динамику передатчика из-за периодических несовпадений фаз возбуждения.

В разделе 2.4 исследуются статистические закономерности локальных характеристик при расстройках по параметрам.

На рис. 2 приведены временные зависимости  $\lambda_c(t)$  для трёх типов аттракторов при расстройке по параметру  $A$ . Для гиперболического и странного нехаотического случаев  $\lambda_c(t)$  остаётся полностью в отрицательной области с флуктуациями вокруг среднего. Для негиперболического хаоса  $\lambda_c(t)$  периодически принимает положительные значения, что свидетельствует о перемежающемся, нестабильном характере синхронизации в любой ситуации.

На рис. 3 показана локальная взаимная корреляция  $S_1$  и  $S_2$ . Для гиперболического и странного нехаотического режимов кривые демонстрируют однородное поведение. Это квазистационарная линия с флуктуациями около среднего значения. Для негиперболического хаоса наблюдаются выраженные всплески корреляции, что делает декодирование невозможным при любых расстройках.

В разделе 2.5 анализируется частотный спектр сигналов  $S_1$ , соответствующих передатчикам на базе исследуемых аттракторов, и описывается метод введения частотных потерь. Все сигналы характеризуются широкополосным спектром. В спектре каждого сигнала отчётливо выделяются два наибольших пика. Первый из них совпадает с основной частотой генерации и локализован в диапазоне  $0 < f < 2$ . Частотные потери моделируются в виде полосы непропускания  $(f_1, f_2)$ : в высокочастотной области  $(f_1 = 2, f_2 \rightarrow \infty)$ , в низкочастотной  $(f_1 = 0, f_2 = 0.7)$  и в окрестности основной частоты  $(f_1 = 0.9, f_2 = 1.1)$ .

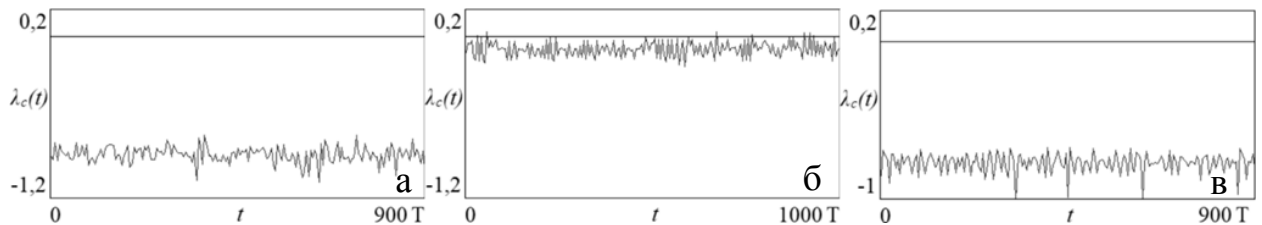


Рис. 2. Зависимость от времени локальных значений старшего условного показателя Ляпунова при расстройке  $A_2 = 1.05A_1$  в гиперболическом (а), негиперболическом (б), странном нехаотическом (в) случае.

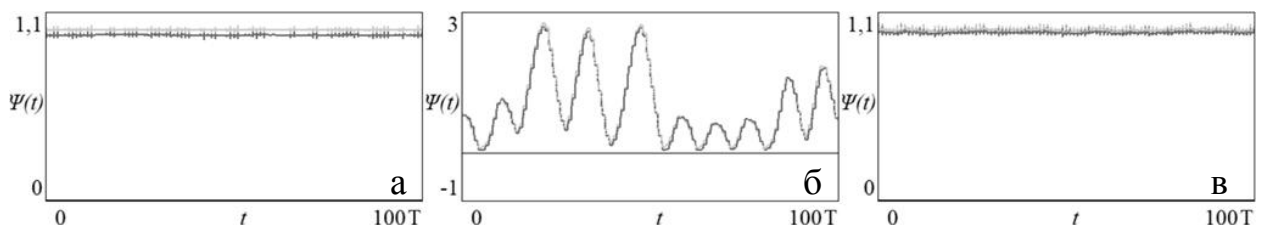


Рис. 3. Локальные нормированные автокорреляция сигнала  $S_1$  (светло-серая кривая) и корреляция между  $S_1$  и  $S_2$  (тёмно-серая кривая), вычисленные по формуле (7), при  $A_2 = 1.05A_1$  для случаев гиперболического (а), негиперболического (б), странного нехаотического (в) режимов. Серая горизонталь – нулевое значение.

В разделах 2.6, 2.7, 2.8 проводится аналогичный разделам 2.2, 2.3, 2.4 анализ, только при описанных частотных искажениях. Вычислен  $\Lambda_c$ , который для всех описанных ситуаций оказался отрицательным. Низкочастотные и высокочастотные потери сохраняют устойчивую синхронизацию между передатчиком и приёмником, приёмник качественно воспроизводит структуру аттрактора передатчика, для грубых гиперболических и странных нехаотических режимов, а  $\lambda_c(t)$  и  $\Psi(t)$  ведут себя однородно. Искажения вблизи основной частоты наиболее критично сказываются на устойчивости синхронизации, сохранении структура аттрактора генератора-приёмника и поведении локальных характеристик. Однородность локальных характеристик сохраняется до тех пор, пока не «вырезана» основная несущая частота.

Таким образом, выдвинутая гипотеза численно подтверждается однородностью таких локальных во времени характеристик грубых связанных систем, как значения старшего условного показателя Ляпунова и корреляции между передатчиком и приёмником. Однако выявлено фундаментальное ограничение для рассматриваемых модельных систем: даже сколь угодно малая частотная рассогласованность приёмника или потери спектра вблизи основной несущей приводят к потере однородности локальных характеристик. В качестве решения данной проблемы, возможно, может служить применение автономных генераторов грубых режимов.

**Третья глава** посвящена построению и анализу математических моделей динамики частицы в бильярде с геометрией типа волновода с одной гофрированной осциллирующей границей (рис. 4.).

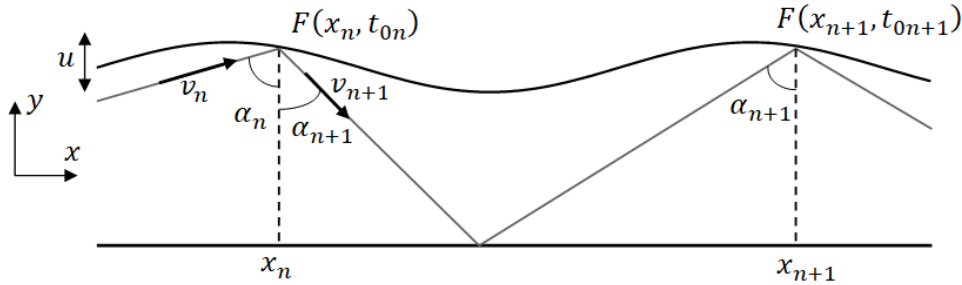


Рис. 4. Схематическая иллюстрация системы. Обозначения на рисунке:  $v_n$  – скорость частицы,  $\alpha_n$  – угол падения на верхнюю стенку,  $x_n$  – координата удара,  $t_{0n}$  – время удара.

В разделе 3.1 выводится отображение, описывающее данный бильярд, при наличии диссипации при ударе о гофрированную стенку:

$$\begin{aligned} \Omega_{n+1x} &= \left(1 - \frac{1}{2}\varepsilon\right)\Omega_n \sin(\alpha_n + 2\gamma) + \frac{1}{2}\varepsilon\Omega_n \sin\alpha_n - 2\left(1 - \frac{1}{2}\varepsilon\right)\gamma u, \\ \Omega_{n+1y} &= \left(1 - \frac{1}{2}\varepsilon\right)\Omega_n \cos(\alpha_n + 2\gamma) - \frac{1}{2}\varepsilon\Omega_n \cos\alpha_n - 2\left(1 - \frac{1}{2}\varepsilon\right)u, \\ \Omega_{n+1} &= \sqrt{\Omega_{n+1x}^2 + \Omega_{n+1y}^2}, \alpha_{n+1} = \arctan\left[\frac{\Omega_{n+1x}}{\Omega_{n+1y}}\right], \\ \varphi_{n+1} &= \varphi_n + A\frac{\Omega_{n+1x}}{\Omega_{n+1y}}, \psi_{n+1} = \psi_n + \frac{1}{\Omega_{n+1y}}, \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\gamma = -C\sin\varphi_n$ ,  $u = -B\sin\psi_n$ ,  $\Omega_n$  – безразмерная скорость,  $\Omega_{nx}$  и  $\Omega_{ny}$  – проекции  $\Omega_n$  на соответствующие координатные оси,  $\alpha_n$  – угол падения на

стенку,  $\varphi_n$  – безразмерная координата удара,  $\psi_n$  – безразмерное время удара,  $A$  – безразмерное расстояние между стенками,  $B$  – безразмерная амплитуда временных колебаний стенки,  $C$  – безразмерная амплитуда пространственных колебаний (гофрировки) стенки,  $\varepsilon$  – параметр диссипации.

В консервативном пределе ( $\varepsilon=0$ ) и при неподвижной стенке ( $B=0$ ) система сводится к хорошо известному консервативному отображению Теннисона-Либермана-Лихтенберга<sup>17</sup>. Устройство фазового пространства такой системы типично для неинтегрируемой гамильтоновой системы с двумя степенями свободы: имеются области с регулярными траекториями – КАМ-торы и области хаоса, которые формируются разрушенными торами. Регулярный или хаотический режим будет наблюдаться в зависимости от начальных условий.

В разделе 3.2 анализируются фазовые портреты в консервативном случае с осциллирующей границей ( $\varepsilon=0$ ,  $B \neq 0$ ). Показан переход от двухчастотных (при  $B=0$ ) к трёхчастотным торами и к глобальной стохастичности при увеличении амплитуды колебаний  $B$ .

В разделе 3.3 проводится исследование ускорения Ферми в консервативном случае. Для системы (8) с параметрами  $A=2.0$ ,  $C=0.05$  и  $\varepsilon=0$  при  $B \neq 0$  методом численного моделирования большого ансамбля траекторий обнаружено существование критической начальной скорости  $\Omega_{cr}$ , разделяющей два качественно разных режима:

1. Медленное ускорение Ферми: если начальная скорость ансамбля  $\Omega_0 < \Omega_{cr}$ , его средняя скорость стремится к некоторому общему для всех траекторий значению, которое медленно увеличивается со временем.
2. Быстрое (классическое) ускорение Ферми: если  $\Omega_0 > \Omega_{cr}$ , средняя скорость ансамбля демонстрирует неограниченный рост.

На рис. 5 представлена наглядная демонстрация этого эффекта. На рис. 5а,б видно, как кривые для  $\Omega_0 = 0.5, 0.7, \dots, 1.5$  сходятся к общей медленно растущей скорости, в то время как кривые для  $\Omega_0 = 1.9, 2.1, 2.3$  быстро уходят вверх. Скорость схождения к общей скорости и её абсолютное значение зависят от  $B$ . При больших  $B$  (рис. 5в,г) такое разделение исчезает, поскольку общая скорость начинает быстро нарастать.

В разделе 3.4 исследуется динамика системы с учётом слабой диссипации ( $\varepsilon \neq 0$ ). Показано, что даже минимальная диссипация радикально меняет картину: в системе возникает множество различных аттракторов, а скорость частиц на них стабилизируется в области низких значений. Рост диссипации приводит к уменьшению количества аттракторов и снижению скорости на них. Анализ динамики средней скорости подтверждает полное исчезновение ускорения Ферми при наличии сколь угодно малой диссипации.

В разделе 3.5 предпринята попытка построения упрощённых моделей, сохраняющих ключевой эффект разделения режимов. Рассмотрены два варианта приближений. В первом скорость частицы предполагается много

---

17 Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. - М.: Мир, 1984. - 528 с.

больше скорости границы, что приводит к системе, в которой все траектории быстро замедляются. Во втором приближении смещение границы между столкновениями считается малым; эта модель, напротив, демонстрирует только ускорение. Комбинация этих двух приближений позволила получить новую упрощённую модель

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - 2C \sin \varphi_n, \quad \varphi_{n+1} = \varphi_n + A \tan \alpha_{n+1}, \quad (9)$$

$$\Omega_{n+1} = \Omega_n + 2B \sin \psi_n \cos \alpha_{n+1}, \quad \psi_{n+1} = \psi_n + \frac{1}{\Omega_n \cos \alpha_{n+1} + 2B \sin \psi_n} \quad (10)$$

в которой также наблюдается критическая начальная скорость. При  $\Omega_0 < \Omega_{cr}$  траектории притягиваются к аттракторам в области малых скоростей, а при  $\Omega_0 > \Omega_{cr}$ , – неограниченно ускоряются. Данная система представляет собой диссипативную подсистему (10), однонаправленно управляемую гамильтоновой подсистемой (9).

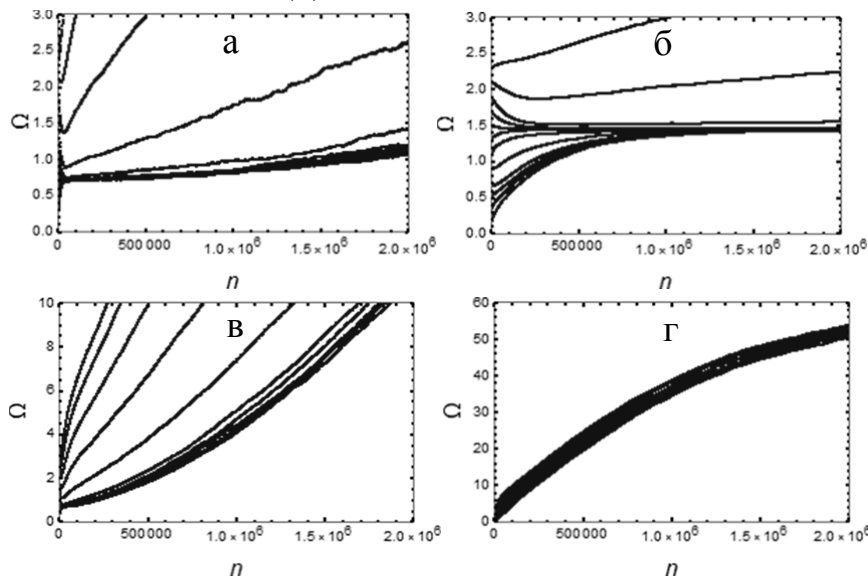


Рис. 5. Зависимость усредненной по ансамблю скорости от числа итераций при  $V = 0.01$  (а),  $V = 0.03$  (б),  $V = 0.07$  (в),  $V = 0.10$  (г). Начальная скорость  $\Omega_0$  выбирается из диапазона от 0.5 до 2.3 с шагом 0.2.

В **четвёртой главе** на основе приближенной модели (9)-(10) разработана и проанализирована новая схема скрытой коммуникации на основе чрезмерной хрупкости. Под чрезмерной хрупкостью в данном контексте понимается явление экстремальной мультистабильности, проявляющееся в сосуществовании бесконечного количества притягивающих множеств в фазовом пространстве диссипативной системы под гамильтоновым управлением.

В разделе 4.1 обоснован механизм возникновения экстремальной мультистабильности в гамильтоново управляемых системах.

В разделе 4.2 описаны методы анализа динамических режимов системы: анализ спектра мощности и спектра показателей Ляпунова.

В разделе 4.3 проводится исследование хаотической экстремальной мультистабильности. Основная задача – найти область параметров и начальных условий, где плотно существуют именно хаотические предельные множества, что критически важно для их использования в хаотической коммуникации. Установлено, что для наблюдения хаотической экстремальной мультистабильности оптимально выбирать параметры

$A = 2, B = 0.046, C = 0.05$  и начальные условия ведомой подсистемы  $\Omega_0 \in (0.00, 0.33)$ . На рис. 6 наглядно продемонстрирована экстремальная мультистабильность и наличие плотного множества хаотических предельных множеств в диапазоне  $\alpha_0 \in (0.58, 0.68)$ .

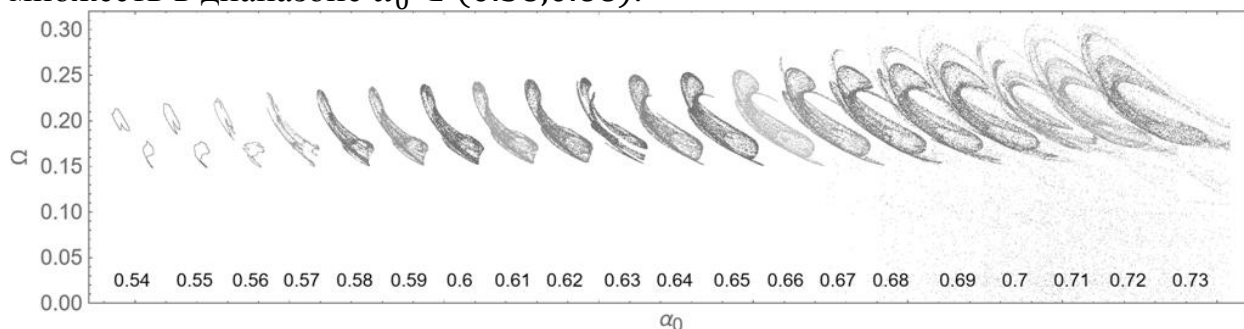


Рис. 6. Притягивающие множества системы (8)-(9) в проекции на подпространство (9) при фиксированных начальных  $\psi_0 = 0, \varphi_0 = 0, \Omega_0 = 0.2$  и различных  $\alpha_0 = 0.54 + 0.032i, i = 0..19$ . Для удобства аттракторы смещены друг относительно друга вдоль оси  $\psi$ .

В разделе 4.4 предлагается и исследуется двухканальная схема защищённой коммуникации. По скрытому каналу передаётся переменная  $\alpha_{n+1}$  от ведущей подсистемы передатчика, которая задаёт предельное множество. По открытому каналу передаётся сигнал  $t_n = \Omega_n \cos \alpha_{n+1} + 2B \sin \psi_n$ , с помощью которого приёмник синхронизируется с траекторией на предельном множестве передатчика.

В **Заключении** приведены основные результаты и выводы, полученные в диссертационной работе.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Проведённые в работе исследования особенностей динамических и статистических закономерностей, присущих сложным режимам поведения систем, обладающих свойством грубости, и систем, обладающих свойством хрупкости, показали, что оба класса систем демонстрируют специфические, отличающиеся друг от друга свойства, которые можно использовать в средствах коммуникации для решения различных прикладных задач. Грубые системы обеспечивают устойчивость передачи при наличии параметрических расстройках и частотных искажений в канале связи. Хрупкие системы с экстремальной мультистабильностью обеспечивают повышенную скрытность передачи за счёт динамического переключения между несчётным числом притягивающих множеств, что в перспективе может обеспечить более безопасную связь по сравнению со схемами на основе грубых систем.

По результатам четырёх глав были получены следующие основные результаты:

1. Численно подтверждено, что использование грубых генераторов гиперболического хаоса и странных нехаотических аттракторов обеспечивает высокую сложность и широкополосность сигналов, что подтверждается спектральным анализом и распределением локальных показателей Ляпунова. Предложенные схемы коммуникации на базе таких генераторов, в отличие от аналогов с негрубыми генераторами, демонстрируют устойчивость к

отстройкам и расстройкам параметров, сохраняя качество передачи данных даже при неидентичности передатчика и приёмника, что подтверждает их перспективность для практического применения.

2. Установлено, что однонаправленно связанные генераторы гиперболического хаоса и генераторы с грубой странной нехаотической динамикой, в отличие от негрубых генераторов, демонстрируют однородную зависимость от времени локальной, вычисленной в скользящем окне, корреляции сигналов в режиме полной синхронизации. Показано, что они сохраняют однородность этой зависимости даже при обобщённой синхронизации в условиях неидентичности подсистем или частотных искажений в канале связи. Этот феномен обеспечивает возможность детектирования информации в схемах на базе хаотической синхронизации не только в идеальных условиях численного эксперимента, но и в реальных, если в качестве приёмника и передатчика применяются грубые генераторы.

3. Установлено, что в модели бильярда с геометрией типа волновода с одной гофрированной осциллирующей границей возможна более сложная динамика, чем в бильярде с геометрией типа стадиона. А именно, в нем существует не один, а два принципиально разных режима ускорения Ферми: медленное (при начальных скоростях частиц ниже критической) и быстрое (при начальных скоростях частиц выше критической). Получена приближенная модель бильярда типа волновода, сохраняющая этот основополагающий эффект, представляемая в виде однонаправленно связанных модифицированного диссипативного отображения Ферми-Паста-Улама и консервативного отображения Теннисона-Либермана-Лихтенберга. Такая дискретная модель, будучи диссипативной, может порождать в фазовом пространстве притягивающие инвариантные множества, обладающие нейтральным многообразием. Тем самым, может реализовываться континуум таких притягивающих множеств при фиксированных значениях параметров, и становится возможным говорить о чрезвычайной хрупкости системы: её чувствительности к точности задания не только параметров, но и начальных условий.

4. Численно подтверждено, что в приближенной модели бильярда с геометрией типа волновода с одной гофрированной осциллирующей границей в виде однонаправленно связанных диссипативного модифицированного отображения Ферми-Паста-Улама и консервативного отображения Теннисона-Либермана-Лихтенберга возможна экстремальная мультистабильность с бесконечным несчётным числом хаотических предельных множеств, что открывает возможность разработки двухканальной коммуникационной схемы на основе хаотической синхронизации и повышения уровня скрытности при помощи мультистабильности.

#### **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Исаева О. Б., Любченко Д. О. Сравнительный анализ схем скрытой коммуникации, основанных на генераторах со странным аттрактором гиперболического типа и со странным нехаотическим аттрактором //Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2024. – Т. 32. – №. 1. – С. 31-41.

2. Любченко Д. О., Исаева О. Б. Влияние шума и частотных искажений в канале связи на коммуникационную схему на основе генератора гиперболического хаоса //Радиотехника и электроника, 2023, Т. 68, № 10, стр. 1008-1010. Перевод: Lyubchenko D. O., Isaeva O. B. Influence of Noise and Frequency Distortions in a Communication Channel on a Communication Scheme Based on a Hyperbolic Chaos Generator //Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – Т. 68. – №. 10. – С. 1223-1225.
3. Lubchenko D. O., Savin A. V. Critical velocity for the onset of fast fermi acceleration //International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2022. – Т. 32. – №. 12. – С. 2250177.
4. Любченко Д. О., Исаева О. Б. Режимы обобщенной синхронизации грубых генераторов широкополосного сигнала при наличии частотных помех в канале связи // Журнал радиоэлектроники, 1684-1719, №9, 2024.
5. Любченко Д. О., Исаева О. Б. Особенности широкополосной коммуникации на базе генераторов с грубой динамикой // Ученые записки физического факультета Московского университета. – 2024. – № 2. – С. 2420301.
6. Lubchenko D., Savin A. Coexistence of Dissipative and Conservative Regimes in Unidirectionally Coupled Maps //International Conference on Mathematical Modeling and Supercomputer Technologies. – Cham : Springer Nature Switzerland, 2022. – С. 160-166.
7. Lubchenko D. O., Isaeva O. B. On synchronization and communication of the robust systems //2023 7th Scientific School Dynamics of Complex Networks and their Applications (DCNA). – IEEE, 2023. – С. 178-181.
8. Любченко Д.О., Исаева О.Б, Савин А.В. Синхронизация и коммуникация гамильтоново-управляемых отображений с экстремальной мультистабильностью // Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2025: мат-лы XXXI Всерос. науч. конф. Т. 18. Саратов, 26–30 мая 2025 г. – Саратов: Саратовский ун-т, 2025. – С. 23-24.
9. Любченко Д.О., Савин А.В. Экстремальная мультистабильность в диссипативном отображении под управлением гамильтоновой системы // Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика: тез. докл. XIX Всерос. конф. молодых ученых. Саратов, 8–9 окт. 2024 г. – Саратов: Техно-Декор, 2024. – С. 123-124.
10. Lubchenko D.O., Savin A.V., Isaeva O.B. Infinite set of chaotic attractors in unidirectionally coupled maps // Book of Abstracts: Shilnikov Workshop 2024. Nizhny Novgorod, 16–18 Dec. 2024. – Nizhny Novgorod: Lobachevsky Univ., 2024. – P. 37.
11. Lubchenko D.O., Savin A.V., Isaeva O.B. Coexistence of Strange Attractors in Unidirectionally Coupled Maps // Book of Abstracts: Shilnikov Workshop 2023. Nizhny Novgorod, 15–16 Dec. 2023. – Nizhny Novgorod: Lobachevsky Univ., 2023. – P. 22.
12. Любченко Д.О. Особенности широкополосной коммуникации на базе генераторов с грубой динамикой // Ломоносов–2023: тез. докл. XXX Междунар. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. Москва, 2023. – М.: Физический факультет МГУ, 2023. – С. 564.
13. Любченко Д.О., Исаева О.Б. Передача цифрового и аналогового сигнала с помощью генераторов с грубой динамикой // Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2023: мат-лы XXX Всерос. науч. конф. Т. 17. Саратов, 15–19 мая 2023 г. – Саратов: Саратовский ун-т, 2023. – С. 144-145.
14. Любченко Д.О. Метод скрытой коммуникации на основе генератора гиперболического хаоса // Новые информационные технологии в телекоммуникациях и почтовой связи. – 2023. – Т. 1, № 1. – С. 58-59.
15. Любченко Д.О., Исаева О.Б. Сложная динамика генераторов со странными хаотическими и нехаотическими аттракторами и коммуникационные схемы на их основе // Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика: тез. докл. XVII Всерос. конф. молодых ученых. Саратов, 13–15 сент. 2022 г. – Саратов: Техно-Декор, 2022. – С. 123-124.
16. Любченко Д.О., Исаева О.Б. Исследование динамики генераторов Кузнецова с грубыми странными аттракторами и их применение для средств коммуникации // Нелинейные волны – 2022: тез. докл. Нижний Новгород, 7–13 нояб. 2022 г. – Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2022. – С. 158-159.

17. Lubchenko D. Simple model with critical velocity for the onset of Fermi acceleration // Saratov Fall Meeting 2022. Saratov, 26–30 Sept. 2022. – URL: [https://sfmconference.org/sfm/sfm22/conferences\\_workshops/nonlinear-dynamics-xiii/preliminary/1592/](https://sfmconference.org/sfm/sfm22/conferences_workshops/nonlinear-dynamics-xiii/preliminary/1592/).
18. Любченко Д.О., Исаева О.Б. Коммуникационные схемы на основе синхронизации систем со странными хаотическими и нехаотическими аттракторами // Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии: тр. XXII Междунар. конф. Сер. "Суперкомпьютерные дни в России". Нижний Новгород, 14–17 нояб. 2022 г. – Нижний Новгород: ННГУ, 2022. – С. 69-71.
19. Любченко Д.О., Савин А.В. Критическая скорость для начала быстрого ускорения Ферми // Нелинейные волны – 2022: тез. докл. Нижний Новгород, 7–13 нояб. 2022 г. – Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2022. – С. 156-157.
20. Любченко Д.О., Савин А.В. Особенности динамики средней скорости в упрощенной системе Теннисона-Либермана-Лихтенберга с осциллирующей границей // Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика: тез. докл. XVII Всерос. конф. молодых ученых. Саратов, 13–15 сент. 2022 г. – Саратов: Техно-Декор, 2022. – С. 121-122.
21. Любченко Д.О., Савин А.В. Численное определение характеристик эффекта «бильярдного» демона Максвелла в системе "гофрированный волновод" с осциллирующей границей // Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика: докл. XVI Всерос. конф. молодых ученых. Саратов, 7–9 сент. 2021 г. – Саратов: Техно-Декор, 2021. – С. 114-115.
22. Lubchenko D.O., Savin A.V. The Maxwell's billiard demon effect in simplified Tensison-Lichtenberg-Lieberman system with oscillating boundaries // Book of Abstracts: Shilnikov Workshop 2021. Nizhny Novgorod, 16–17 Dec. 2021. – Nizhny Novgorod: Lobachevsky Univ., 2021. – P. 22.
23. Любченко Д.О., Савин А.В. Численное определение характеристик эффекта «бильярдного» демона Максвелла в системе «гофрированный волновод» с осциллирующей границей // Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2021: мат-лы XXIX Всерос. науч. конф. Т. 29. Саратов, 26–29 апр. 2021 г. – Саратов: Саратовский ун-т, 2021. – С. 40-41.
24. Любченко Д.О., Савин А.В. Исследование динамики средней по ансамблю скорости в системе "гофрированный волновод" с осциллирующей границей // Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика: сб. тр. XV Всерос. конф. молодых ученых. Саратов, 8–10 сент. 2020 г. – Саратов: Техно-Декор, 2020. – С. 151-152.
25. Lyubchenko D.O., Savin A.V. Demonstration of the "billiard Maxwell's Demon" effect in the "corrugated waveguide" system with an oscillating boundary // Book of Abstracts: Topological Methods in Dynamics and Related Topics. Nizhny Novgorod, 12–13 Dec. 2020. – Nizhny Novgorod: HSE, 2020. – P. 46.
26. Savin A., Lyubchenko D. Research of the dynamics of the ensemble average velocity in the "corrugated waveguide" system with an oscillating boundary // Saratov Fall Meeting 2020. Saratov, 29 Sept. – 2 Oct. 2020. – URL: <https://sfmconference.org/sfm/20/workshops/nonlinear-dynamics-xi/preliminary/433/>.
27. Любченко Д.О., Савин А.В. Динамика системы "гофрированный волновод" с осциллирующей границей // Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика: сб. тр. XIV Всерос. конф. молодых ученых. Саратов, 17–19 сент. 2019 г. – Саратов: Техно-Декор, 2019. – С. 150-151.
28. Любченко Д.О., Савин А.В. Динамика системы "гофрированный волновод" с осциллирующей границей // Материалы XII Междунар. школы-конф. "Хаотические автоколебания и образование структур" (ХАОС-2019). Саратов, 1–6 окт. 2019 г. – М.: Наука, 2019. – С. 102.